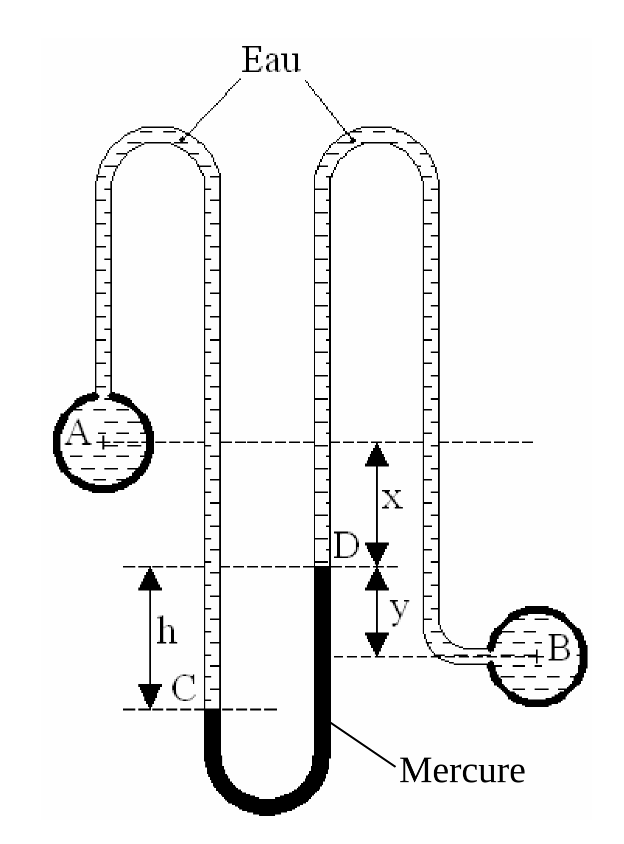
RECUEIL
DES TRAVAUX DIRIGES CORRIGES

TRAVAUX DIRIGES N°1
Statique des fluides

* Exercice 1:



Les récipients **A** et **B** contiennent de l'eau aux pressions respectives de **2,80** et **1,40 bar**.

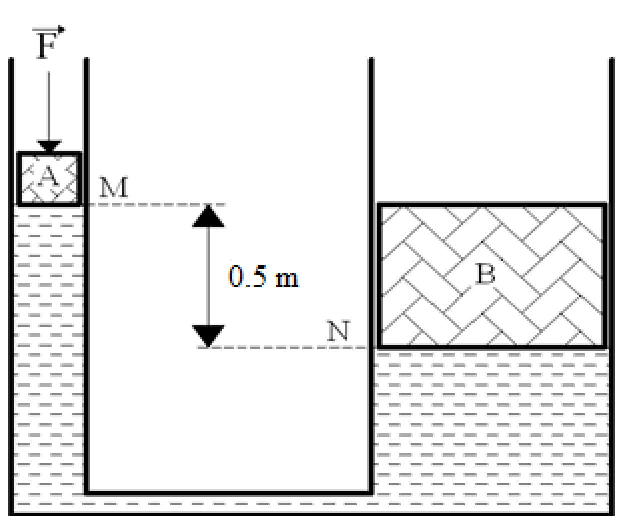
Calculer la dénivellation h du mercure du manomètre différentielle.

On donne :

x + **y** = 2 m.

La densité du mercure est **d** = 13,57

* Exercice 2:



En négligeant le poids du cylindre **A**, déterminer la force F qui assurera l'équilibre.

On donne :

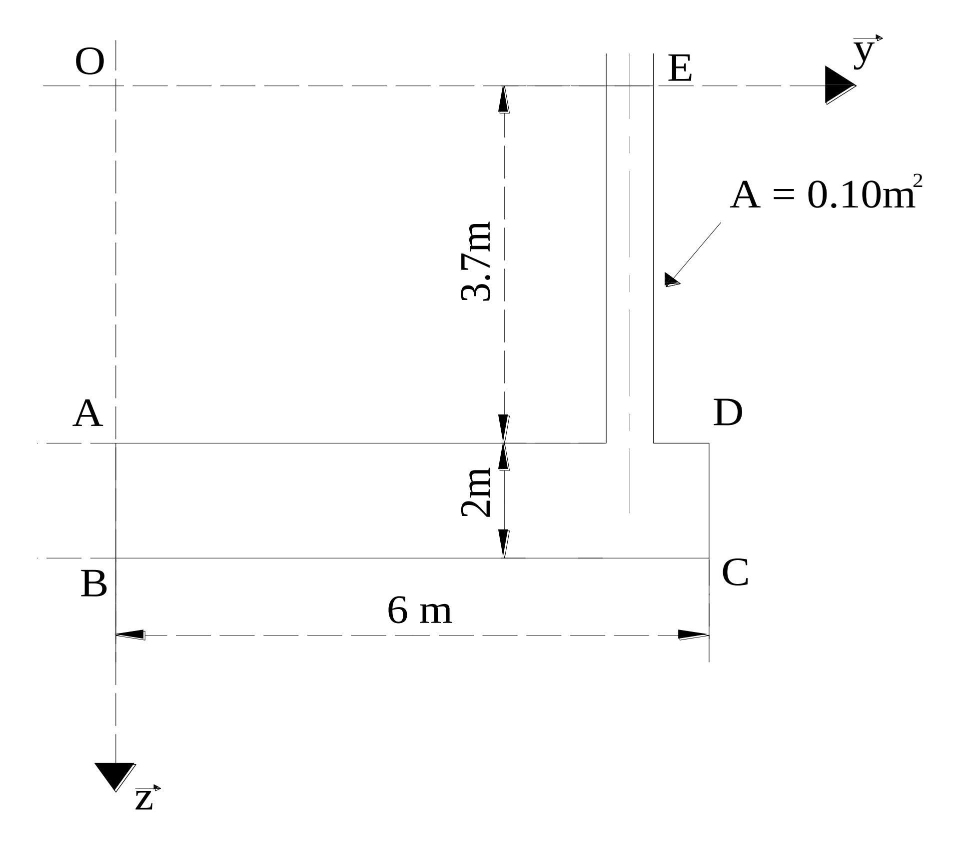
- Les surfaces des cylindres **A** et **B** sont respectivement de 40 et 4000 cm^2.

- Le cylindre **B** a une masse de 4000 kg.

- Le récipient et les conduites sont remplis d'huile de densité **d** = 0,75.

* Exercice 3:

L'eau monte jusqu'au niveau E dans la canalisation fixé au réservoir **ABCD** comme indique la figure ci-dessous. En négligeant le poids du réservoir et des conduites :



1/ Donner l'intensité et la position de la force de pression agissante sur la surface **AB** qui a **2.5 m** de largeur.

2/ Déterminer la force totale de pression qui s'exerce sur la face inférieure **BC** du réservoir.

3/ Déterminer la force totale de pression qui s'exerce sur la face supérieure **AD** du réservoir.

4/ Calculer le poids total de l'eau dans le réservoir.

* Exercice 4:

Soit le barrage de la figure ci-dessous comporte deux portes d'évacuation d'eau **AB** et **CD**, comme l'indique la figure. Connaissant que la porte en **AB** forme une surface rectangulaire de largeur **3 m** et la porte en **CD** forme une surface plane triangulaire de base **4m**.

1/ Calculer la résultante des efforts de pression $\vec{R}_1$ appliquée par l'eau sur la surface AB.

2/ Donner le centre de poussée de la résultante de pression $\vec{R}_1$; Zc_1.

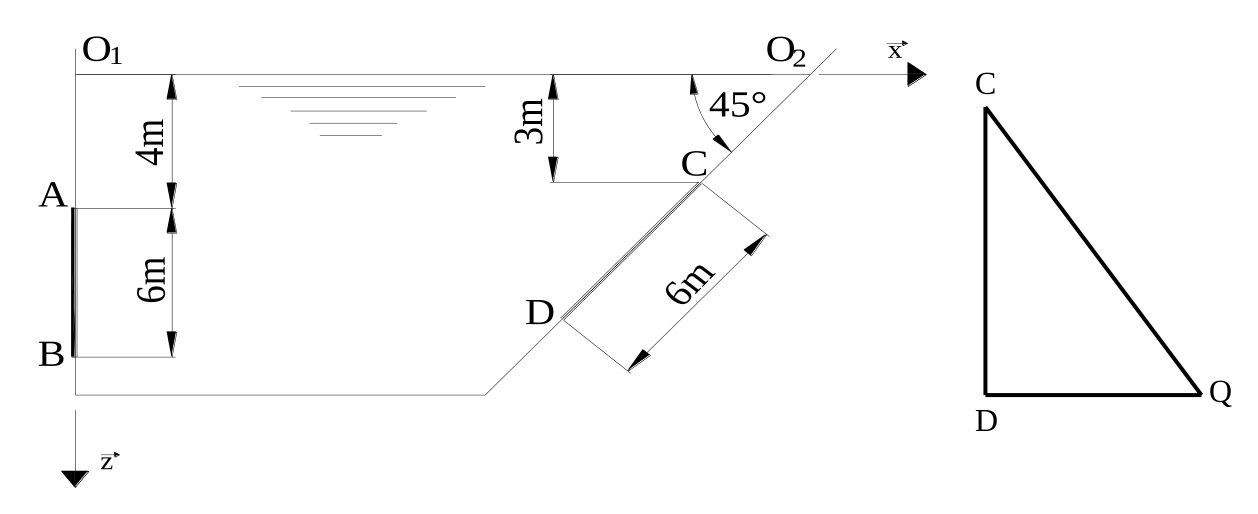
3/ Calculer la résultante des efforts de pression $\vec{R}_2$ appliquée par l'eau sur la surface CD.

4/ Donner le centre de poussée de la résultante de pression $\vec{R}_2$; Zc_2.

5/ Calculer les deux composantes $\vec{R}_{2x}$ et $\vec{R}_{2z}$.

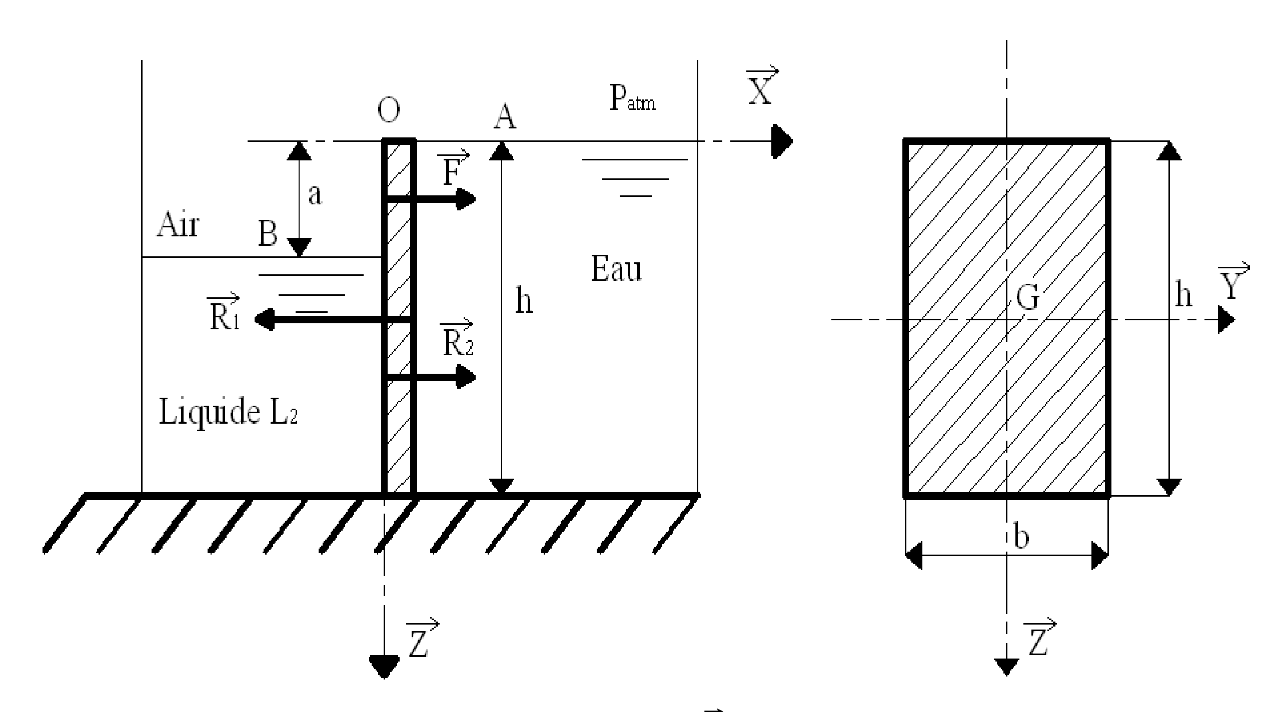
6/ Comparer $\vec{R}_1$ à $\vec{R}_{2x}$ que peut-on dire ?

On donne $IGy = \frac{b.h^3}{36}$ d'un triangle rectangle, **ρ_{eau} = 1000 Kg/m³**



* Exercice 5:

On désire déterminer la masse volumique ρ_2 d'un liquide **L_2**. Pour cela versons dans un bain de l'eau qui sera mis en contact avec une paroi verticale de largeur **b = 100cm** et de hauteur **h = 2m**. La surface libre du liquide **L_2** est située à une distance **a = 700mm** par rapport à la surface libre de l'eau.



1/ a- Déterminer la résultante des forces de pression $\vec{R}_1$ exercée par l'eau sur la paroi verticale.

b- Déterminer la position **Z_{C1}** du centre de poussée de cette résultante.

2/ a- Déterminer la résultante des forces de pression $\vec{R}_2$ exercée par le liquide **L_2** sur la paroi verticale en fonction de ρ_2.

b- Déterminer la position $\mathbf{Z_{C2}}$ du centre de poussée de cette résultante.

3/ Déterminer la force $\vec{F}$ exercée par l'air sur la partie non mouillée de la paroi verticale.

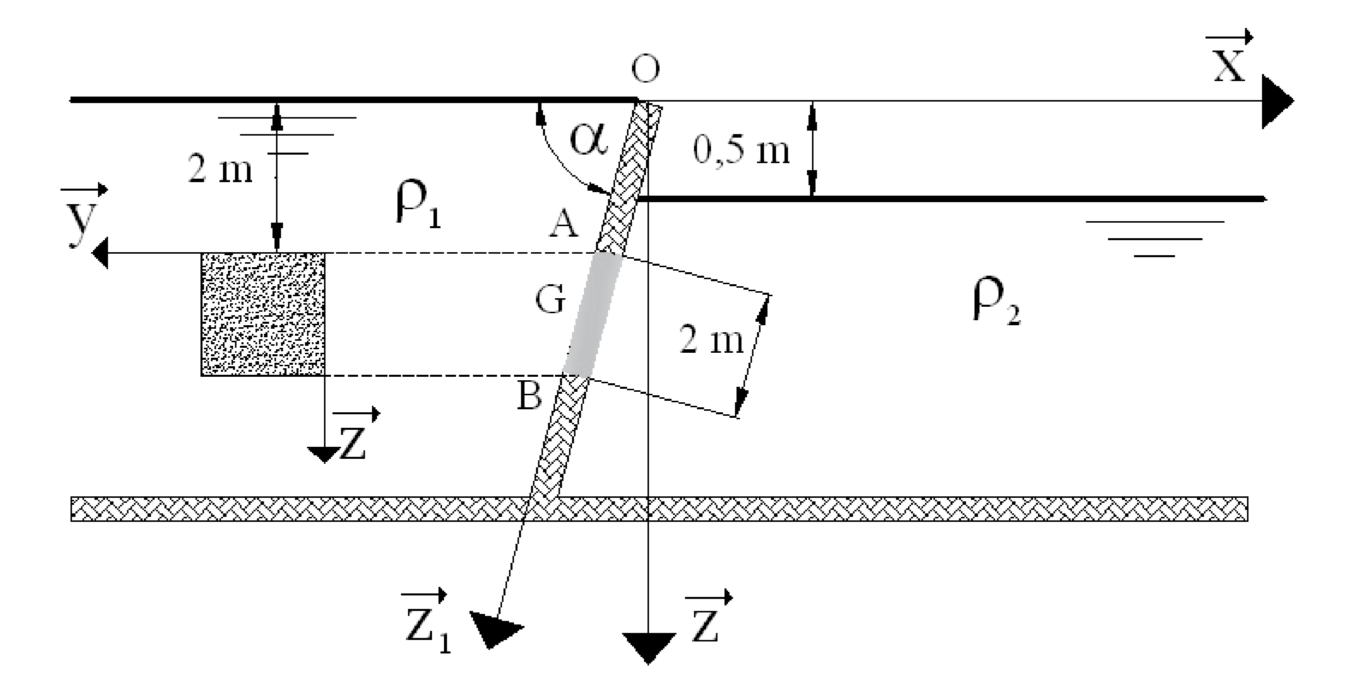
4/ En effectuant l'équilibre de la paroi verticale, déduire la masse volumique ρ_2 du liquide $\mathbf{L_2}$.

* Exercice 6:

La figure suivante représente un petit barrage délimitant deux milieux liquides de masses volumétriques différentes et dont les niveaux sont décalés de 0,5 m. On considère une porte de section carré inclinée d'un angle de α par rapport à l'horizontale ayant une côté de 2m.

On donne ρ_2=850 Kg/m^3, ρ_1= 10^3 Kg/m^3, α = 75°. On prend g=10 m/s^2.

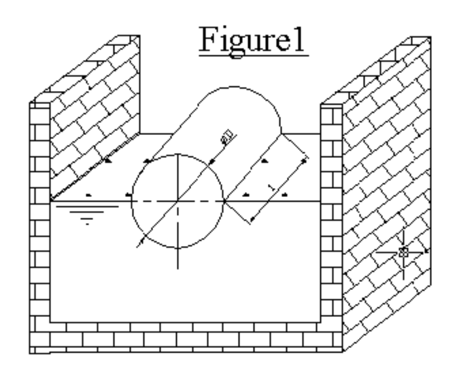
1) Calculer la force de pression exercée par le liquide 1 sur la surface carrée.
2) Préciser la position du centre de poussée Cp_1 sur l'axe $\vec{z}$ et sur l'axe $\vec{z}_1$.
3) Calculer la force de pression exercée par le liquide 2 sur la surface carrée
4) Préciser la position du centre de poussée Cp_2 sur l'axe $\vec{z}$ et sur l'axe $\vec{z}_1$.
5) Sachant que l'articulation est au point A, déterminer en appliquant le PFS l'effort $\vec{F}$ qu'il faut appliquer en B pour équilibrer la porte. Indiquer le sens de l'effort $\vec{F}$.

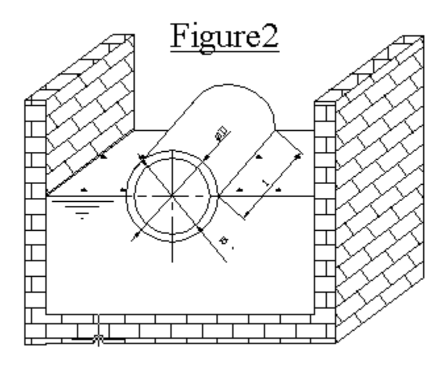


* Exercice 7:

Un tronc d'arbre de forme cylindrique de (diamètre **D = 50 cm**, longueur **L = 4.5 m**) est immergé dans un bassin d'eau, comme le montre la figure 1.

1/ Si à l'équilibre le tronc est à moitié immergé, calculer la masse volumique ρ_t du tronc. On donne la masse volumique de l'eau $\boldsymbol{\rho_{eau}} = \mathbf{1000\ Kg/m^3}$.





2/ Si le tronc est creusé de diamètre intérieur **d = 40 cm**, calculer la force $\overrightarrow{F_1}$ qu'il faut appliquée pour que celui-ci reste à moitié immergé, comme le montre la figure 2.

3/ Calculer $\overrightarrow{F_2}$ pour que le tronc soit totalement immergé.

Correction du Travaux Dirigés N°1

* Exercice 1:

En appliquant l'équation de l'hydrostatique entre les points A et C on trouve : $p_C - p_A = \rho_{eau}.g.(Z_C - Z_A)$

$p_C = p_A + \rho_{eau}.g.(h + x)$

En appliquant l'équation de l'hydrostatique entre les points C et D on trouve : $p_D - p_C = \rho_{mercure}.g.(Z_D - Z_C)$

$p_D = p_C + d \cdot \rho_{eau}.g.(-h)$

$p_D = p_A + \rho_{eau}.g.(h + x) + d \cdot \rho_{eau}.g.(-h)$

$p_D = p_A + \rho_{eau}.g \cdot x + h \cdot \rho_{eau}.g.(1 - d)$

En appliquant l'équation de l'hydrostatique entre les points D et B on trouve :

$p_B - p_D = \rho_{eau}.g.(Z_B - Z_D)$

$p_B = p_D + \rho_{eau}.g.y$

$p_B = p_A + \rho_{eau}.g \cdot x + h \cdot \rho_{eau}.g.(1 - d) + \rho_{eau}.g.y$

$p_B = p_A + \rho_{eau}.g \cdot (x + y) + h \cdot \rho_{eau}.g.(1 - d)$

$$h = \frac{p_B - (p_A + \rho_{eau}.g \cdot (x + y))}{\rho_{eau}.g.(1 - d)}$$

AN : $h = 1,272\ m.$

* Exercice 2:

On a : $p_N = p_M + \rho_l.g.\ h$

Avec : $p_N = \frac{m_B.g}{S_B}$, $p_M = \frac{F}{S_A}$ (le poids du cylindre A est négligeable), $\rho_l = d.\rho_{eau}$

L'équation devient : $\frac{m_B.g}{S_B} = \frac{F}{S_A} + d.\rho_{eau}.g.h \Rightarrow F = \left(\frac{m_B.g}{S_B} - d.\rho_{eau}.g.h\right).S_A$

AN : on trouve pour g = 9.81 m/s^2 : **F** = 377.685 N.

* Exercice 3:

1/- Détermination de l'intensité de la force de pression agissante sur la surface **AB** :

On a **F = ρ.g.h$_G$.S** avec h_G = 4,7m et S = (AB) x l = 5 m^2

D'où **F = 235 KN.**

- Détermination de la position de la force de pression :

On a $Z_C = \frac{I_{Gy}}{Z_G.S} + Z_G$ avec $I_{Gy} = \frac{l.(AB)^3}{12}$

D'où **Z_C = 4,77 m.**

2/- Détermination de la force totale de pression qui s'exerce sur la face inférieure **BC** du réservoir :

On a **$F_1 = \rho.g.h_{G1}.S_1$** avec h_{G1} = 5,7m et S_1 = (BC) x l = 15 m^2

D'où **F_1 = 855 KN.**

3/- Détermination de la force totale de pression qui s'exerce sur la face supérieure **AD** du réservoir :

On a **$F_2 = \rho.g.h_{G2}.S_2$** avec h_{G2} = 3,7m et $S_2 = S_1$-A = 14,9 m^2

D'où **F_2 = 551,3 KN.**

4/- Détermination du poids total de l'eau dans le réservoir :

On a **$P = \rho.g.V_T$** avec V_T = l x S_1 + A x (DE)

D'où **P = 303,7 KN.**

<u>* Exercice 4:</u>

1/- Détermination de la résultante des efforts de pression $\vec{R}_1$:

On a $\vec{R}_1 = -\rho.g.h_{G1}.S_{AB}\ \vec{x}$ avec $h_{G1} = O_1A + \frac{AB}{2}$ et S_{AB} = AB x l

D'où **R_1 = 840 KN.**

2/- Détermination du centre de poussée de la résultante de pression $\vec{R}_1$:

On a $Z_{C1} = \frac{I_{Gx}}{Z_{G1}.S_{AB}} + Z_{G1}$ avec $I_{Gx} = \frac{l.(AB)^3}{12}$ et $Z_{G1} = O_1A + \frac{AB}{2}$ et S_{AB} = AB x l

D'où **Z_{C1} = 7,42 m.**

3/- Détermination de la résultante des efforts de pression $\vec{R}_2$:

On a $\vec{R}_2 = \rho.g.h_{G2}.S_{CD}\ \vec{x}$ avec $h_{G2} = h_C + \frac{2CD}{3}.\sin(45)$ et S_{CD} = (CD x DQ)/2.

D'où **R_2 = 699,41 KN.**

4/- Détermination du centre de poussée de la résultante de pression $\vec{R}_2$:

On a $Z_{C2} = \frac{I_{G2}}{Z_{G2}.S_{CD}} + Z_{G2}$ avec $I_{Gx} = \frac{b.h^3}{36}$ et $Z_{G2} = Z_C + \frac{2CD}{3}.\sin(45)$ et S_{CD} = (CD x DQ)/2.

D'où **Z_{C2} = 6,17 m.**

5/- Détermination des deux composantes $\vec{R}_{2x}$ et $\vec{R}_{2z}$:

On a $\vec{R}_{2x}$ = $\vec{R}_{2z}$ = $\vec{R}_2$ x sin (45)

D'où **R_{2x} = R_{2z} = 494,55 KN.**

<u>* Exercice 6:</u>

1/- Détermination de l'intensité de la force de pression exercée par le liquide 1 sur la surface carrée :

$$\vec{F}_1 = \rho_1 \cdot g \cdot h_{G_1} \cdot S \cdot \vec{n}$$

avec : $S = a^2$

$$h_{G_1} = \left(OA + \frac{AB}{2}\right) \cdot \sin(\alpha)$$

D'où : $\left\|\vec{F}_1\right\| = \rho_1 \cdot g \cdot a^2 \left(OA \cdot \sin(\alpha) + \frac{a}{2} \cdot \sin(\alpha)\right)$

AN : $\left\|\vec{F}_1\right\| = 12{,}219 \; KN$.

2/- Détermination de la position du centre de poussée Cp_1 sur l'axe $\vec{Z}$:

On a $Z_{Cp_1} = h_{Cp_1} = \frac{I_{Gy} \cdot \sin^2(\alpha)}{h_{G1} \cdot S} + h_{G1}$

avec : $I_{Gy} = \frac{a^4}{12}$

$$h_{G_1} = \left(OA + \frac{AB}{2}\right) \cdot \sin(\alpha) \quad \text{où} \quad OA = \frac{2}{\sin\alpha}$$

$$S = a^2$$

AN : $Z_{Cp_1} = 3{,}07 \; m$.

- Détermination de la position du centre de poussée Cp_1 sur l'axe $\vec{z}_1$:

$$Z_{1\,Cp_1} = \frac{Z_{Cp_1}}{\sin\alpha}$$

AN : $Z_{Cp_1} = 3{,}179 \text{ m}$.

3/- Détermination de l'intensité de la force de pression exercée par le liquide 2 sur la surface carrée :

$$\vec{F}_2 = -\rho_2 \cdot g \cdot h_{G_2} \cdot S \cdot \vec{n}$$

avec : $S = a^2$

$$h_{G_2} = \left(OA + \frac{AB}{2}\right) \cdot \sin(\alpha) - 0{,}5$$

D'où : $\left\|\vec{F}_2\right\| = \rho_2 \cdot g \cdot a^2 \left(OA \cdot \sin(\alpha) + \frac{a}{2} \cdot \sin(\alpha) - 0{,}5\right)$

AN : $\left\|\vec{F}_2\right\| = 83{,}841 \ KN$.

4/- Détermination de la position du centre de poussée Cp_2 sur l'axe $\vec{z}_1$:

On a $Z_{1\,Cp_1} = \frac{I_{Gy}}{Z_{1\,G1}.S} + Z_{1\,G1}$

avec : $I_{Gy} = \frac{a^4}{12}$

$$Z_{1G_1} = OA + \frac{AB}{2} \quad \text{où} \quad OA = \frac{2}{\sin\alpha}$$

$$S = a^2$$

AN : $Z_{1Cp_1} = 3{,}17 \text{ m}$.

- Détermination de la position du centre de poussée Cp_1 sur l'axe $\vec{z}$:

$$Z_{Cp_1} = Z_{1\,Cp_1} \cdot \sin\alpha$$

AN : $Z_{Cp_1} = 3{,}06 \text{ m}$.

* Exercice 7:

1/- Bilan des actions extérieures :

Le solide est soumis à son propre poids : $\vec{P}$ et à la poussée d'Archimède : $\vec{P_A}$

A l'équilibre : $\vec{P} + \vec{P_A} = \vec{0} \Rightarrow P_A = P$;

La poussée d'Archimède : $P_A = m_{eau} \cdot g = \rho_{eau} \cdot v_{eau} \cdot g$

Avec $V_{eau} = \frac{V_t}{2} = \frac{1}{2} \cdot l \cdot \frac{\Pi D^2}{4}$ (1)

Le poids du tronc : $P = m_t \cdot g = \rho_t \cdot v_t \cdot g$

Avec $V_t = l \cdot \frac{\Pi D^2}{4}$ (2)

En égalisant entre (1) et (2) on aura : $\rho_t = \frac{\rho_{eau}}{2} = 500 \ Kg/m^3$.

2/- A l'équilibre : $\vec{P} + \vec{P_A} + \vec{F_1} = \vec{0} \Rightarrow P + F_1 - P_A = 0$ (3)

La poussée d'Archimède : $P_A = m_{eau} \cdot g = \rho_{eau} \cdot v_{eau} \cdot g$;

Avec $V_{eau} = \frac{V_t}{2} = \frac{1}{2} \cdot l \cdot \frac{\Pi}{4} (D^2 - d^2)$

Le poids du tronc : $P = m_t \cdot g = \rho_t \cdot v_t \cdot g = \rho_t \cdot g \cdot l \cdot \frac{\Pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$;

Compte tenu de l'équation (3) :

$F_1 = P_A - P = l \cdot g \cdot \frac{\Pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \cdot (\frac{\rho_{eau}}{2} - \rho_t)$; or $\rho_t = \frac{\rho_{eau}}{2} \Leftrightarrow F_1 = 0$

3/- On a $P + F_2 - P_A = 0$;

$F_2 = P_A - P = l \cdot g \cdot \frac{\Pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) \cdot (\rho_{eau} - \rho_t) = 1560 \ N$.

TRAVAUX DIRIGES N°2
dynamique des fluides Incompressibles

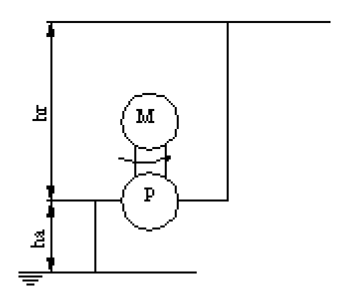
* Exercice 1:

Un étage est alimenté en eau à l'aide d'une pompe entraînée par un moteur électrique Voir figure .La pompe puise de l'eau d'un réservoir de grande dimension et ouvert à l'air libre et le refoule à l'air libre .Le débit assuré est **1 l /s** .Le diamètre de la conduite d'aspiration est **da = 32** mm et celui du refoulement est **dr = 18 mm** .On donne en plus :**ha = 5** , **hr = 15 m** , le rendement de la pompe **ηp = 0.6** et celui du moteur **ηp = 0.85** .Calculer :

1/ L'énergie par unité de volume fournie par la pompe à l'eau ;

2/ La puissance électrique consommée ;

3/ Les pressions absolues et effectives à l'entrée et à la sortie de la pompe.



* Exercice 2:

On considère la vidange d'un grand réservoir ouvert à l'air libre et contenant de l'eau. La conduite de vidange a un diamètre **D = 40 mm** et elle est terminée par une tuyère (rétrécissement progressif) tel que le diamètre de sortie soit **d = 25 mm** voir figure .

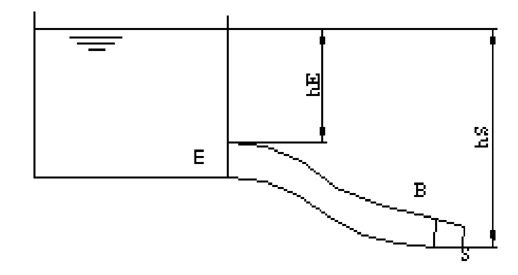
On donne **h_E = 3 m** et **h_S = 5 m**

En supposant que l'eau comme étant un fluide parfait, calculer :

1/ Le débit de vidange ;

2/ La pression en E et la pression à l'entrée de la tuyère en B ;

3/ La pression en E lorsque la tuyère est bouchée.



Correction du Travaux Dirigés N°2

* Exercice 1:

1/- On applique le théorème de Bernoulli à l'entrée et à la sortie de la pompe :

$$\frac{1}{2}\rho\left(v_s^2 - v_e^2\right) + \rho \cdot g\,(z_s - z_e) + \left(p_s - p_e\right) = \frac{P_{Fluide}}{q_v}$$

Calculons alors les vitesses à l'entrée et à la sortie :

On a : $v = \dfrac{4 \cdot qv}{\Pi \cdot d^2}$;

$v_s = \dfrac{4 \cdot qv}{\Pi \cdot d^2} = 3{,}93$ m/s ;

$v_e = \dfrac{4 \cdot qv}{\Pi \cdot d^2} = 1{,}24$ m/s ;

$$\text{d'où} \quad \frac{1}{2}10^3\left(3{,}93^2 - 1.24^2\right) + 10^3 \cdot 10\,(15-(-5)) + \left(p_{at} - p_{at}\right) = \frac{P_{Fluide}}{q_v} ;$$

L'énergie par unité de volume fournie par la pompe à l'eau est alors : $\dfrac{P_{Fluide}}{q_v} = E = 206953{,}4 \text{ Pa} \Leftrightarrow P_{Fluide} = 206953{,}4 * q_v$

$$P_{fluide} = 206{,}9 \text{ w}$$

2/- Le rendement sur la pompe est : $\eta_p = \dfrac{P_h}{P} \Leftrightarrow P = \dfrac{P_h}{\eta_p} = \dfrac{206{,}9}{0{,}6} = 344{,}85$ w

Le rendement sur l'arbre de transmission est : $\eta_m = \dfrac{P}{P_h}$

La puissance électrique consommée est alors : $P_h = \dfrac{P}{\eta_m} = \dfrac{344{,}85}{0{,}85} = 405{,}7$ w

3/- On applique le théorème de Bernoulli entre les points (3) et (4) :

$$\frac{1}{2}\rho\left(v_4^2 - v_3^2\right) + \rho \cdot g\,(z_4 - z_3) + \left(p_4 - p_3\right) = 0$$

La vitesse v_4 étant juste à la sortie de la conduite donc $v_4 = v_3$ et $z_4 - z_3 = h_r$.

D'où $p_3 = p_4 + \rho \, . \, g \, . \, h_r$.

Et $p_3 = ps_{abs} = 10^5 + 10^4 * 15 = 2{,}5 \; 10^5$ Pa

$ps_{abs} = 2{,}5$ bar

$ps_{\,effe}$ = 1,5 bar

*On applique le théorème de Bernoulli entre les points (1) et (2) :

$$\frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho \cdot g\,(z_2 - z_1) + \left(p_2 - p_1\right) = 0$$

Or v_1 = 0 (vitesse nulle à la surface du liquide)

$$-\ \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho \cdot g\,(z_2 - z_1) + \left(p_1\right) = p_2$$

et $p_2 = pe_{abs}$

$pe_{abs} = 10^5 - 0{,}5\ .10^3\ .1.24^2 + 10^4.(-5) = 0{,}49$ bar

$pe_{effe} = 0.49 - 1 = -\ 0{,}51$ bar

* Exercice 2:

1/- On applique le théorème de Bernoulli entre les points A (point de la surface du liquide) et le point S .

$$\rho \cdot \frac{v_A^2}{2} + \rho \cdot g \cdot z_A + p_A = \rho \cdot \frac{v_S^2}{2} + \rho \cdot g \cdot z_S + p_S$$

Or $v_A \approx 0$ et $p_A = p_S = p_{atm}$.

$$g \cdot (z_A - z_S) + p_A = \frac{v_S^2}{2} \Leftrightarrow v_s = \sqrt{2\,.\,g\,.\,h}$$

AN : à la sortie on a : v_s = 10 m / s.

Le débit volumique est alors **qv = V.S = 4,9 l /s** .

2/- La pression au point E :

$$qv_S = qv_B \Leftrightarrow v_B = \frac{v_S\,.\,S_S}{S_B} = \frac{v_S\,.\,\frac{\Pi.d^2}{4}}{\frac{\Pi.D^2}{4}}$$

$$\text{A.N:} \qquad v_B = \frac{v_S\,.\,d^2}{D^2} = 3{,}9\,\text{m/s}$$

On applique le théorème de Bernoulli entre le point E te le point A on aura :

$$p_E = -\rho \cdot \frac{v_E^2}{2} + \rho \cdot g \cdot (z_A - z_E) + p_A$$

p_E = 1,224 bar

On applique le théorème de Bernoulli entre E et B, on aura :

$$p_B = \rho \cdot g \cdot (z_E - z_B) + p_E$$

$p_{B\,=}$ 1,424 bar

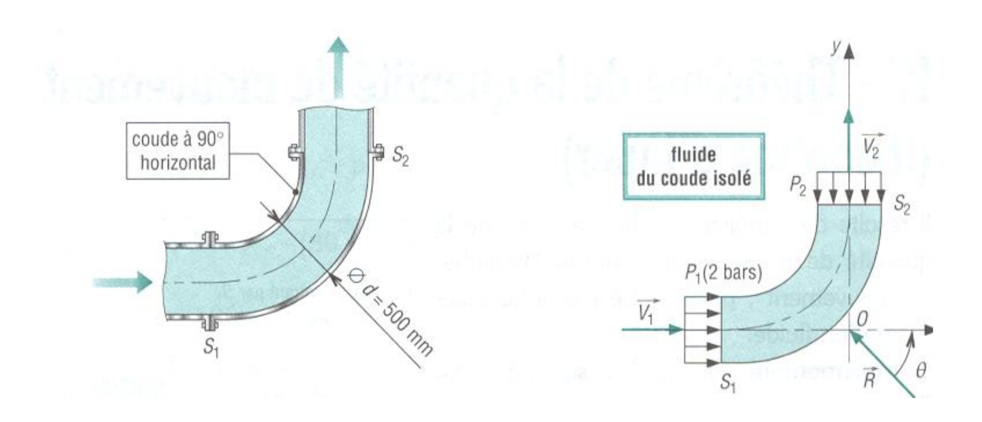
3/- Lorsque la tuyère est bouchée :

$$p'_E = \rho \cdot g \cdot h_E + p_A = 1{,}3\,\text{bar}$$

TRAVAUX DIRIGES N°3
dynamique des fluides réels

* Exercice 1:

Du pétrole qui écoule à travers un coude horizontal à **90°. P_1=2 bars**, la pression chute à S2 de **1,2m** de pétrole (masse volumique **872 kg.m^{-3}**). Le débit est de **0,86 m^3.s^{-1}**, le diamètre du coude de **0,5m** et le poids de fluide sera négligé.



1/ Calculer la pression P2 à la sortie du coude

2/ En appliquant le théorème d'Euler, déterminer la résultante des actions exercées par un écoulement de pétrole

* Exercice 2:

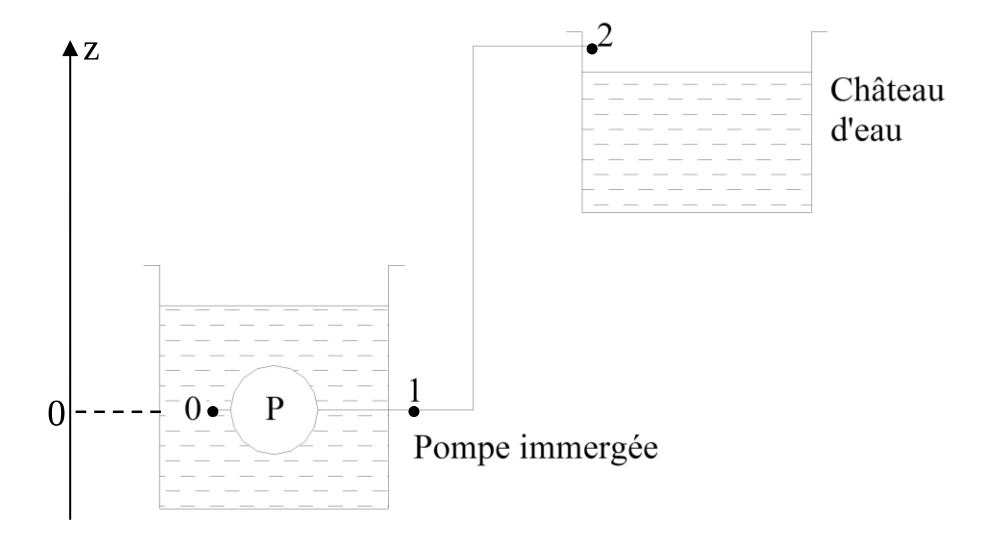
Une station d'alimentation d'un château d'eau utilise une pompe immergée de puissance P à déterminer.

Cette pompe refoule l'eau dans une conduite verticale de hauteur $h = z_2 - z_1 = 40$m et de diamètre d = 120mm.

La vitesse d'écoulement dans la conduite est : $v_2 = v_1 = 5$m/s. Les pressions d'eau (absolues) mesurées avec un manomètre aux points **0**, **1** et **2** sont :

$$p_0 = 10^5 \text{ Pa}, \qquad p_1 = 5{,}4\ 10^5 \text{ Pa}, \qquad p_2 = 1{,}2\ 10^5 \text{ Pa}$$

On donne la viscosité cinématique de l'eau : $\nu = 10^{-6}$ m^2/s. On néglige les pertes de charge singulières et on donne g = 10 m/s^2.



1/ Calculer le débit volumique et le débit massique de la pompe.

2/ Calculer le nombre de Reynolds dans la conduite et en déduire la nature de l'écoulement.

3/ Calculer la perte de charge linéaire ΔJ_{12} entre les sections extrêmes **1** et **2** de la conduite.

On donne : $\frac{1}{2}\left(V_2^2 - V_1^2\right)+\frac{1}{\rho}\left(p_2 - p_1\right)+g\left(z_2 - z_1\right)=-\Delta J_{12}$

4/ Calculer le coefficient λ_r de perte de charge linéaire dans la conduite.

5/ Calculer le travail W échangé entre la pompe et la masse de 1 Kg d'eau qui la traverse. On néglige les pertes de charge singulières au niveau de la pompe.

On donne : $W=\frac{P}{q_v \rho}$

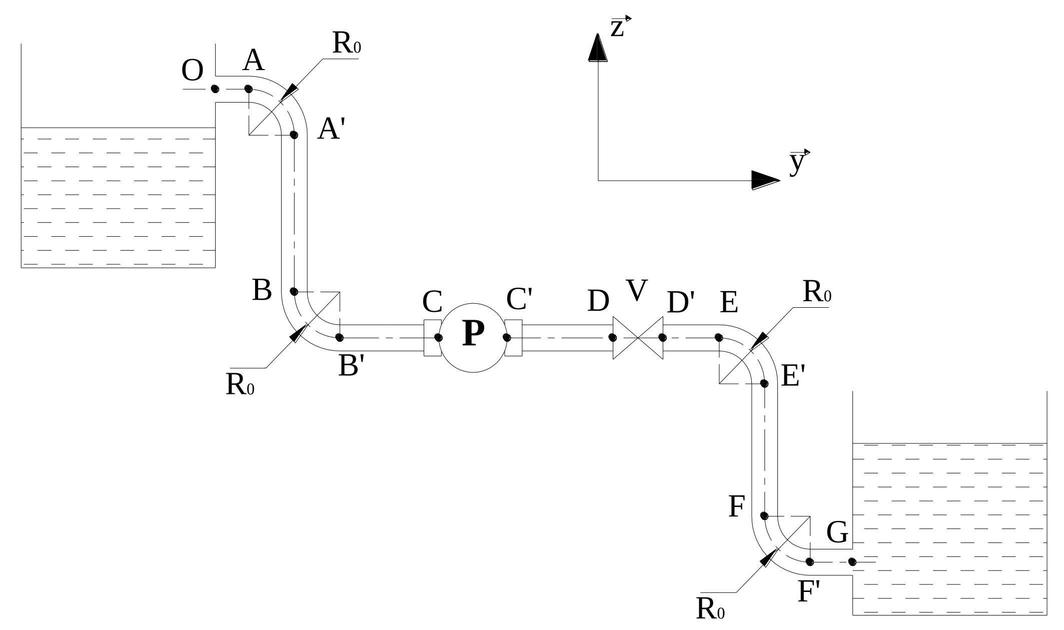
6/ Calculer la puissance mécanique P_m fournie à la pompe sachant que le rendement de celle ci est η = 0,85.

<u>* Exercice 3 :</u>

Dans une station d'alimentation d'un château d'eau on utilise un groupe électropompe de puissance hydraulique P_h à déterminer. La pompe aspire l'eau du point G et le refoule à l'aire libre au point O.

On admet que les conduites d'aspiration et de refoulement possèdent le même diamètre **d = 120 mm**. La vitesse d'écoulement dans ces conduites est **V = 0,5m/s**. La pression de l'eau (absolues) mesurée avec un manomètre au point **G** est : $p_G = 1{,}5\ 10^5$ Pa.

Afin de relier les différentes conduites on a utilisée 4 coudes **90°** de rayon de courbure $\mathbf{R_0}$ **= 100 mm**.



On donne :

$L_T = 68{,}6$ m longueur totale des conduites linéaires entre les points O et G.

$K_v = 0{,}24$ coefficient de pertes de charges au niveau de la vanne papillon.

$K_G = 0{,}15$ coefficient de pertes de charges au niveau de l'aspiration de l'eau.

$K_C = K_{C'} = 0{,}45$ coefficient de pertes de charges au niveau des raccords à l'entrée et la sortie de la pompe.

1/- Calculer le débit volumique et le débit massique de la pompe.

2/- Calculer le nombre de Reynolds dans la conduite. Déduire la nature de l'écoulement.

3/- Calculer la perte de charges linéaire totale des conduites linéaires.

4/- Calculer la perte de charges singulières totale dans cette installation hydraulique.

5/- Déduire la perte de charges totale le long du circuit hydraulique Δp_{GO}.

6/- Calculer la puissance mécanique P_m fournie à la pompe par le moteur électrique sachant que le rendement de celle-ci est $\boldsymbol{\eta = 0{,}85}$.

7/- On désire changer le groupe électropompe par un groupe «moteur thermique + pompe», la puissance mécanique délivrée par le moteur thermique est $\mathbf{P_m = 3{,}2}$ **KW**. Pour transmettre le mouvement du moteur vers la pompe on utilise un organe de transmission de puissance.

Déterminer le rendement $\boldsymbol{\eta_0}$ de cet organe afin de maintenir la même puissance hydraulique délivrée par le groupe électropompe (utilisé antérieurement) sachant que le rendement de la pompe utilisée est $\boldsymbol{\eta_p = 0{,}75}$.

On prendra : $g = 10$ m/s^2, $\rho_{eau} = 10^3$ kg/m^3, $\nu = 10^{-6}$ m^2/s.

Les coudes utilisés dans cet exercice possèdent le même rayon de courbure.

* Exercice 4 :

Soit un groupe turbine-alternateur, de puissance de turbinage $\mathbf{P_h = 600\ 10^6\ W}$, utilisé pour la production de l'énergie électrique dans un barrage. Ce groupe est placé entre deux bassins de dénivellation de **1695 m** à **740 m**. Le débit d'écoulement de l'eau à travers la turbine est de **262,8 10^6 l/h** (fig.1).

La conduite est de diamètre intérieur constant égale à 3 m.

On supposera qu'en 1 et en 5 l'eau est à la pression atmosphérique p_{atm} ($\mathbf{p_{atm} = 10^5\ Pa}$).

On donne : z_1 = 1695 m, z_2 = 1590 m, z_3 = 1505 m, z_4 = 787 m, z_5 = 740 m, α =20°, η_T= 0,8 et η_a= 0,7.

1/ Calculer la vitesse de l'écoulement de l'eau dans la conduite.

2/ Calculer le nombre de Reynolds, déduire le type de cet écoulement.

3/ Dans le trajet 1→5 calculer la somme des pertes de charges Δp_{15}.

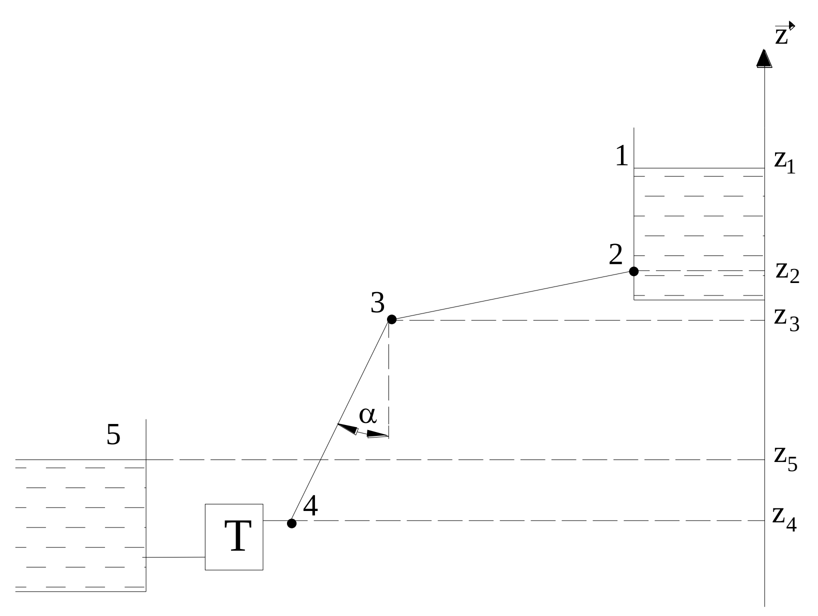
4/ Supposons que les pertes de charges, trouvées dans la question précédente, soient localisées comme des pertes de charges linéaires dans la conduite entre 3 et 4.

a)- Déterminer le coefficient de pertes de charges linéaires λ_{34}.

b)- Calculer la pression p_4 à l'entrée de la turbine.

5/ L'énergie électrique produite par l'alternateur sera utilisée pour l'alimentation des groupes électropompes utilisés pour l'irrigation des terres agricoles. En supposant que ces électropompes possèdent les mêmes caractéristiques, déterminer le nombre maximal des électropompes qu'on peut alimenter par l'énergie produite.

On donne : la puissance hydraulique développée par une pompe est P'_h = 20 KW, η_h= 0,85 et η_e= 0,75.



* Exercice 5:

Une pompe, de puissance utile **36 KW**, remonte de l'eau entre un bassin et un réservoir à travers une conduite de diamètre **135 mm** (fig.2). La vitesse d'écoulement de l'eau dans la conduite est de **6 m/s**.

On donne : $z_1 = 0$, $z_2 = z_3 = 20$ m, $z_4 = 35$ m, $p_1 = p_4 = 1{,}013$ bar.

La viscosité dynamique de l'eau est **1×10^{-3} Pa.s**.

On négligera les pertes de charge singulières dans les coudes et dans la pompe.

1/ Calculer le débit volumique de l'eau dans la conduite.

2/ Calculer le nombre de Reynolds, déduire le type de cet écoulement.

3/ Calculer la différence de pression entre la sortie et l'entrée de la pompe.

4/ Calculer les pertes de charge systématiques dans la conduite entre les points **1** et **4**.

5/ Calculer le coefficient de perte de charge systématique dans la conduite de longueur égale à 6**5 m**.

6/ Sachant que le rendement de la pompe est **84 %**, calculer la puissance absorbée par la pompe.

NB : Pour tous les exercices on néglige les pertes de charges dues aux forces de pesanteur.

Formulaire :

Le coefficient de pertes de charges des coudes arrondis est déterminé par la relation suivante :

$$\zeta = [\, 0{,}13 + 1{,}85\, (D/(2\, Ro))^{7/2}\,] \,.\, \theta/90$$

Correction du Travaux Dirigés N°3

* Exercice 1:

1/- $V_1 = V_2 = Q_v / S = 0,86 . 4 / 0,5^2 . \Pi = 4,38$ m. s^{-1}

$S = S_1 = S_2 = 0,5^2 . \Pi /4 = 0,19635$ m^2

$Q_m = \rho . Q_V = 872 . 0,86 = 750$ kg.s^{-1}

$P_2 = P_1$ – pertes $= 200000 - \rho . g . h = 200000 - 872 . 9,81 . 1,2 = 189735$ P_a

2/- Théorème de l'Euler appliqué au fluide du coude isolé ($\vec{R}$ est la résultante des actions exercées par le coude sur le fluide):

$$\overrightarrow{\Sigma F} = \overrightarrow{P_1 S_1} + \overrightarrow{P_2 S_2} + \vec{R} = Q_m . \left(\overrightarrow{V_2} - \overrightarrow{V_1}\right)$$

Projection sur x:

$- R_x + P_1 S_1 = - Q_m . V_1$

$R_X = P_1 S_1 + Q_m . V_1 = 200000 . 0,19635 + 750 . 4,38 = 42555$ N

Projection sur y:

$R_y - P_2 S_2 = - Q_m . V_2$

$R_y = P_2 S_2 + Q_m . V_2 = 189735 . 0,19635 + 750 . 4,38 = 40539$ N

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 58773 N$$

* Exercice 2:

1/- Détermination du débit volumique :

On a : $q_v = V.S$ avec $S = \frac{\pi . d^2}{4}$

Donc $q_V = \frac{V.\pi . d^2}{4}$

A.N. : $q_V = 0,0565 \ m^3 / s = 56,5 \ l / s$

- Détermination du débit massique :

On a : $q_m = q_V . \rho$

A.N. : $q_m = 56,5 \ kg / s$

2/- On a : $R_e = \frac{V.d}{\nu}$

A.N. : $R_e = 6 \ 10^5 > 10^5 \rightarrow$ le régime d'écoulement est un régime turbulent rugueux.

3/- On a : $-\Delta J_{12} = \frac{1}{2} \left(V_2^2 - V_1^2\right) + \frac{1}{\rho} \left(p_2 - p_1\right) + g\left(z_2 - z_1\right)$ avec : $V_1 = V_2$

A.N. : $\Delta J_{12} = 20 \ J / kg$

4/- On a : $\lambda_r = \dfrac{\Delta J_{12}.2.d}{V^2.l}$

A.N. : $\lambda_r = 4{,}8\ 10^{-3}$

5/- On a : $w = \dfrac{P}{q_V.\rho}$ et $\dfrac{1}{2}\left(V_1^2 - V_0^2\right) + \dfrac{1}{\rho}\left(p_1 - p_0\right) + g\left(z_1 - z_0\right) = \dfrac{P}{q_V.\rho}$

Donc on peut écrire : $w = \dfrac{1}{2}\left(V_1^2 - V_0^2\right) + \dfrac{1}{\rho}\left(p_1 - p_0\right) + g\left(z_1 - z_0\right)$

avec : $Z_1 = Z_0$, $V_0 = 0\ m/s$ et $p_0 = p_{atm} = 10^5\,Pa$

A.N. : $w = 452{,}5\ J/kg$

6/- On a : $\eta = \dfrac{P_h}{P_m}$ avec $P_h = w.q_V.\rho = w.q_m$

Donc on peut écrire : $P_m = \dfrac{w.q_m}{\eta}$

A.N. : $P_m = 30{,}077\ KW$

<u>* Exercice 3 :</u>

1/- Détermination du débit volumique :

On a : $q_v = V.S$ avec $S = \dfrac{\pi.D^2}{4}$

Donc $q_V = \dfrac{V.\pi.D^2}{4}$

A.N. : $q_V = 0{,}00565\ m^3/s = 5{,}65\ l/s$

- Détermination du débit massique :

On a : $q_m = q_V.\rho$

A.N. : $q_m = 5{,}65\ kg/s$

2/- On a : $R_e = \dfrac{V.d}{\nu}$

A.N. : $R_e = 0{,}6\ 10^5 \in [3000\ ;\ 10^5] \rightarrow$ le régime d'écoulement est un régime turbulent lisse.

3/- On a : $\Delta p_l = \dfrac{\lambda_l.\rho.V^2.L_T}{2.D}$ avec $\lambda_l = (100.R_e)^{-0,25}$

A.N. : $\Delta p_l = 1429{,}16\ Pa$

4/- On a : $\Delta p_s = \Sigma K\ .\dfrac{\rho.V^2}{2}$ avec $\Sigma K = K_V + K_G + K_C + K_{C'} + 4.K_{90°}$

Où : $K_\theta = [\ 0{,}13 + 1{,}85\ (D/(2\ Ro))^{7/2}\ ]\ .\ \theta/90$

A.N. : $\Delta p_s = 380{,}75\ Pa$

5/- On a : $\Delta p_T = \Delta p_l + \Delta p_s$

A.N. : $\Delta p_T = 1809{,}91\ Pa$

6/- Détermination de la puissance hydraulique :

On applique le théorème de Bernoulli entre les points O et G :

$$\frac{1}{2}\ \rho\left(V_O^2\ -\ V_G^2\right)+\left(p_O - p_G\right)+\rho.g.\left(z_O - z_G\right)=\frac{P_h}{q_V}-\Delta p_T$$

avec : $V_G = V_O = V\ m/s$ et $p_O = p_{atm} = 10^5\,Pa$

Donc $P_h = q_V.(\rho.g.(Z_O - Z_G) + \Delta p_T + p_{atm} - p_G)$

A.N. : $P_h = 1987{,}72\ W$

- Détermination de la puissance mécanique :

On a : $P_m = \dfrac{P_h}{\eta}$

A.N. : $P_m = 2338{,}5\ W$

7/- On a : $P_h = P_m.\eta_p.\eta_0 \quad \Rightarrow \quad \eta_0 = \dfrac{P_h}{P_m.\eta_p}$

A.N. : $\eta_0 = 0{,}83$

<u>* Exercice 4 :</u>

1/- On a : $q_v = V.S$ avec $S = \dfrac{\pi.D^2}{4}$

Donc $V = \dfrac{4.q_V}{\pi.D^2}$

A.N. : $V = 10{,}32\ m/s$

2/- On a : $R_e = \dfrac{V.D}{\nu}$

A.N. : $R_e = 30{,}96\ 10^6 > 10^5$ → le régime d'écoulement est un régime turbulent Rugueux.

3/- On applique le théorème de Bernoulli entre les points 1 et 5 :

$$\frac{1}{2}\ \rho\left(V_5^2\ -\ V_1^2\right)+\left(p_5 - p_1\right)+\rho.g.\left(z_5 - z_1\right)=\frac{P}{q_V}-\Delta p_{15}$$

avec : $V_5 = V_1 = 0\ m/s$ (surface libre de grand dimension) et $p_5 = p_1 = p_{atm} = 10^5\,Pa$

L'équation de Bernoulli devient : $\rho.g.\left(z_5 - z_1\right)=\dfrac{P}{q_V}-\Delta p_{15}$

Donc $\Delta p_{15} = \frac{P}{q_V} - \rho.g.(z_5 - z_1)$

A.N. : $\Delta p_{15} = 13{,}30 \ bar$

4/-

a)- On a : $\Delta p_{15} = \Delta p_{34} = \frac{\lambda_{34}.\rho.V^2.L_{34}}{2.D} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{34} = \frac{\Delta p_{15}.2.D}{\rho.V^2.L_{34}}$ avec $L_{34} = \frac{Z_3 - Z_4}{\cos\alpha}$

A.N. : $\lambda_{34} = 0{,}098$

b)- On applique le théorème de Bernoulli entre les points 1 et 4 :

$$\frac{1}{2}\ \rho\left(V_4^2 - V_1^2\right) + \left(p_4 - p_1\right) + \rho.g.(z_4 - z_1) = -\Delta p_{14}$$

avec : $V_1 = 0 \ m/s$, $V_4 = V = 10{,}32 \ m/s$ et $\Delta p_{14} = \Delta p_{34}$

Donc $p_4 = p_1 - \frac{1}{2}\ \rho.V^2 - \Delta p_{14} - \rho.g.(z_4 - z_1)$

A.N. : $p_4 = 77{,}9 \ bar$

5/- La puissance électrique développée par le groupe turbine-alternateur est : $P_e = P_h.\eta_T.\eta_a$

La puissance électrique absorbée par le groupe électropompe est : $P_e^{'} = \frac{P_h^{'}}{\eta_h.\eta_e}$ et ona aussi

$P_e^{'} = \frac{P_e}{N}$ où N est le nombre maximal des groupes électropompes.

$$\Rightarrow \ N = \frac{P_h.\eta_T.\eta_a.\eta_h.\eta_e}{P_h^{'}}$$

A.N. : $N = 10710$ électropompes.